

2.3.9 Řešení rovnic III

Předpoklady: 020308

Pedagogická poznámka: První příklad je poměrně lehký. Je možné ho využít na úvodní opakování s tím, že příklad 1 se přeskakuje, pouze Ti, kteří se necítí jistí, ho mohou dělat, ale musí ho mít bez chyby (zatímco v příkladu 2 se jedna chyba promine).

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ b) $2x - 7 = 5$ c) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$ d) $3x - 4 = 8$

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \quad / -\frac{1}{2}$
 $x = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6}$
 $x = \frac{1}{6}$

b) $2x - 7 = 5 \quad / +7$
 $2x = 5 + 7$
 $2x = 12 \quad / :2$
 $x = 12 : 2 = 6$

c) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2} \quad / : \frac{2}{3}$
 $x = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

d) $3x - 4 = 8 \quad / +4$
 $3x = 8 + 4$
 $3x = 12 \quad / :3$
 $x = 12 : 3 = 4$

Př. 2: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $\frac{4x+1}{3} = 2$ b) $3(x-2) + 4 = 7$ c) $3(2x-1) = 2$
d) $0,5(x-0,4) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

a) $\frac{4x+1}{3} = 2 \quad / \cdot 3$
 $4x+1 = 2 \cdot 3$
 $4x+1 = 6 \quad / -1$
 $4x = 6-1$
 $4x = 5 \quad / :4$
 $x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

b) $3(x-2) + 4 = 7 \quad / -4$
 $3(x-2) = 7-4$
 $3(x-2) = 3 \quad / :3$
 $x-2 = 3:3$
 $x-2 = 1 \quad / +2$
 $x = 1+2 = 3$

c) $3(2x-1) = 2 \quad / :3$

d) $0,5(x-0,4) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{1}{2}$

$$2x-1=\frac{2}{3} \quad /+1$$

$$2x=\frac{2}{3}+1 \quad 1+\frac{2}{3}=\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$$

$$2x=\frac{5}{3} \quad /:2$$

$$x=\frac{5}{3}:2 \quad \frac{5}{3}:2=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$$

$$x=\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4)=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4)=-\frac{1}{6} \quad / \cdot 2$$

$$x-0,4=-\frac{1}{6}\cdot 2$$

$$x-\frac{4}{10}=-\frac{1}{3} \quad /+\frac{4}{10}$$

$$x=-\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=-\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{1}{15}$$

Př. 3: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x-2=x+5$

b) $5x+3=3x-5$

c) $2x+17=2-x$

a) $2x-2=x+5 \quad /+2$

$$2x=x+5+2$$

$$2x=x+7 \quad /-x$$

$$2x-x=7$$

$$x=7$$

b) $5x+3=3x-5 \quad /-3$

$$5x=3x-5-3$$

$$5x=3x-8 \quad /-3x$$

$$5x-3x=-8$$

$$2x=-8 \quad /:2$$

$$x=-4$$

c) $2x+17=2-x \quad /-17$

$$2x=2-17-x$$

$$2x=-15-x \quad /+x$$

$$2x+x=-15$$

$$3x=-15 \quad /:3$$

$$x=-15:3=-5$$

Co znamená úprava $2x=-15-x \quad /+x$ v posledním bodu?

- V řeči ekvivalentních úprav: K rovnici, od jejíž pravé strany máme odečítat neznámé číslo x , jsme přičetli toto neznámé číslo x . Na pravé straně se pak neznámé číslo vůbec nevyskytuje.
- V řeči hromádek: Na pravé hromádce leží karta rušící kartu se žolíkem $\Rightarrow$ na obě hromádky přidáme kartu se žolíkem, na pravém hromádce se tento žolík vyruší s rušící kartou.

Př. 4: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $3x-2-x=x-3$

b) $4x-2=x-3x+1$

c) $3x+1=\frac{x}{2}$

a) $3x-2-x=x-3$

$$2x-2=x-3 \quad /+2$$

$$2x=x-1 \quad /-x$$

$$x=-1$$

b) $4x-2=x-3x+1$

$$4x-2=-2x+1 \quad /+2$$

$$4x=-2x+3 \quad /+2x$$

$$6x=3 \quad /:6$$

$$x=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

c) $3x+1=\frac{x}{2} \quad / \cdot 2$

$$\begin{aligned}
2(3x+1) &= 2 \cdot \frac{x}{2} \\
6x+2 &= x \quad / -x \\
5x+2 &= 0 \quad / -2 \\
5x &= -2 \quad / :5 \\
x &= -\frac{2}{5}
\end{aligned}$$

Jak jsme postupovali při řešení rovnice $3x+1=\frac{x}{2}$ v posledním bodu?

- V řeči ekvivalentních úprav: Na pravé straně rovnice jsme měli jen polovinu hodnoty neznámé $\Rightarrow$ celou rovnici (obě strany kvůli zachování rovnosti) jsme vynásobili dvěma (a tedy i obě čísla, která jsme měli na levé straně).
- V řeči hromádek: Na pravé hromádce leží polovina žolíka $\Rightarrow$ obě hromádky zdvojíme (abychom nemuseli trhat další karty) $\Rightarrow$ na levé hromádce musíme zdvojit jak počet žolíků, tak počet Káček.

Př. 5: Vyřeš rovnice.

$$\text{a) } 2x-3=\frac{x}{2} \qquad \text{b) } \frac{x}{3}+1=2x-5 \qquad \text{c) } \frac{3x}{2}-2=x-3 \qquad \text{d) } \frac{7}{x}=2$$

$$\text{a) } 2x-3=\frac{x}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot (2x-3) = \frac{x}{2} \cdot 2$$

$$4x-6=x \quad / -x$$

$$4x-x-6=0$$

$$3x-6=0 \quad / +6$$

$$3x=6 \quad / :3$$

$$x=6:3=2$$

$$\text{b) } \frac{x}{3}+1=2x-5 \quad / \cdot 3$$

$$3\left(\frac{x}{3}+1\right) = (2x-5) \cdot 3$$

$$x+3=6x-15 \quad / +15$$

$$x+3+15=6x \quad / -x$$

$$18=6x-x$$

$$5x=18$$

$$x=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}$$

$$\text{c) } \frac{3x}{2}-2=x-3 \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot \left(\frac{3x}{2}-2\right) = (x-3) \cdot 2$$

$$3x-4=2x-6 \quad / +4$$

$$3x=2x-2 \quad / -2x$$

$$3x-2x=-2$$

$$x=-2$$

$$\text{d) } \frac{7}{x}=2 \quad / \cdot x \qquad x \neq 0$$

$$x \cdot \frac{7}{x} = 2 \cdot x$$

$$7=2x \quad / :2$$

$$\frac{7}{2}=x$$

Pedagogická poznámka: Podmínku v bodu d) nijak moc neřešíme.

Př. 6: Vyřeš rovnice.

a) $\frac{3x-2}{5} = 2$

b) $2 - 3x = 2x - 3$

c) $\frac{x-1}{4} = 2x + 3$

d) $\frac{x+1}{x} = 2$

a) $\frac{3x-2}{5} = 2 \quad / \cdot 5$

$3x - 2 = 10 \quad / + 2$

$3x = 12 \quad / : 3$

$x = 4$

c) $\frac{x-1}{4} = 2x + 3 \quad / \cdot 4$

$x - 1 = 8x + 12 \quad / - x$

$-1 = 7x + 12 \quad / - 12$

$-13 = 7x \quad / : 7$

$x = -\frac{13}{7}$

b) $2 - 3x = 2x - 3 \quad / + 3x$

$2 = 5x - 3 \quad / + 3$

$5 = 5x \quad / : 5$

$x = 1$

d) $\frac{x+1}{x} = 2 \quad / \cdot x \quad x \neq 0$

$x + 1 = 2x \quad / - x$

$1 = x$

Shrnutí: Pokud násobíme rovnici číslem, musíme číslem vynásobit všechny členy a obou stranách rovnice.